

## 【知识点】移动平均法

移动平均法的思想：对于一个时间序列，假定在一个比较短的时间间隔里，序列的取值是比较稳定的，它们之间的差异主要是由于随机干扰造成的。根据这种假定，可以用一定时间间隔内的平均值作为下一期的估计值。

$n$  期简单移动平均是指用最近  $n$  期数据（包括当前数据）的平均值作为当期的移动平均值，其计算公式为： $\hat{y}_t = \frac{1}{n}(y_t + y_{t-1} + \dots + y_{t-n+1})$ 。

移动平均法可以用来预测，即使用最近的移动平均值作为未来一个时期的预测值，如：

为预测  $y_{t+1}$ ，可使用： $\hat{y}_t(1) = \frac{1}{n}(y_t + y_{t-1} + \dots + y_{t-n+1})$

为预测  $y_{t+2}$ ，可使用： $\hat{y}_t(2) = \frac{1}{n}(\hat{y}_t(1) + y_t + \dots + y_{t-n+2})$

以此类推。

移动平均法中的期数选择对趋势拟合效果影响很大，确定移动平均的期数需要考虑如下方面：

(1) **时间序列是否有季节性**。如前面讨论的航空乘客人数是月度数据，有明显的季节波动，就应该做期数为 12 的移动平均，这样可以消除掉季节波动的影响，让趋势成分更明显。

(2) **对趋势平滑程度的要求**。如果想要得到更平滑的长期趋势，就需要增大期数。

(3) **趋势反映近期变动的敏感程度的要求**。用移动平均法获得事物发展的趋势具有滞后性，移动平均的期数越长，滞后性越强。如果希望得到的趋势拟合线能对近期的变动更敏感，可将期数设置的更少一点。

所以，如果想要将季节成分从时间序列中分离出来，可以使用周期长度作为移动平均的期数。如果更关注短期的趋势变化，则可使用更少的期数。反之，如果想得到长期趋势，则使用更多的期数。

**【例 7.7】**简单移动平均法是股票分析中被普遍运用的技术，使用移动平均法可以得到市场的趋势，是上升、下降还是横向运动，帮助判断买入或者卖出的时机。对 2020 年 10 月 1 日到 2021 年 1 月 5 日贵州茅台（股票代码：600519）每日股票的收盘价数据进行期数为 5 日、10 日和 20 日的移动平均。结果见图 7-7 所示，从中可以看到随着期数的增大，移动平均线越来越平缓，滞后性更强。

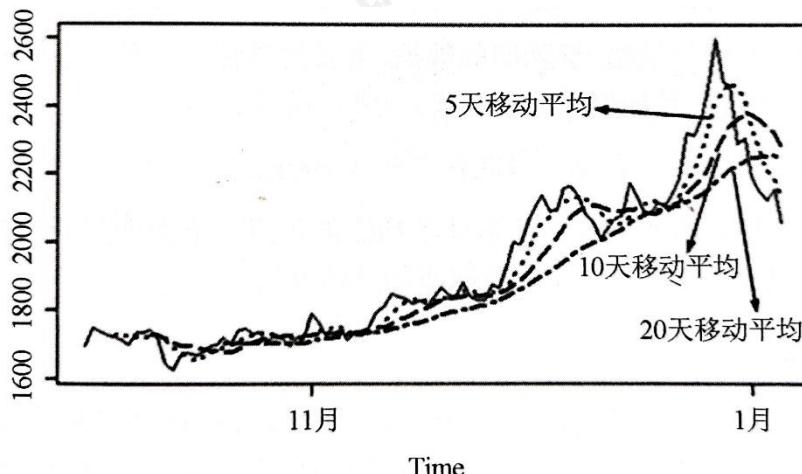


图 7-7 贵州茅台股票移动平均线

**【例 7.8】**对表 7-5 中的航空乘客人数序列分别进行期数为 5 和 12 的移动平均。从中可以看到当移动平均的期数刚好等于 12 的时候，季节性被消除掉了，趋势线更明显了。而期数为 5 时，仍然可以看到季节



性，每年固定的时间会有相同幅度和方向的波动规律。

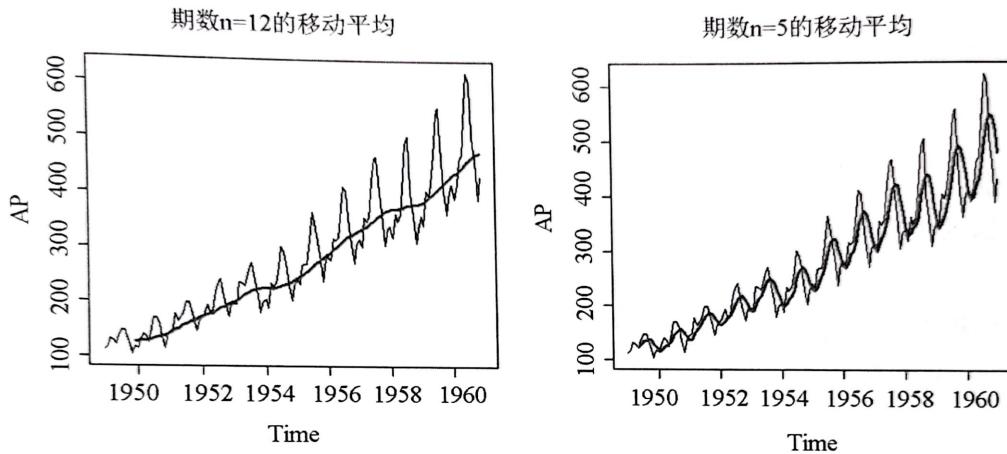


图 7-8 航空乘客人数的移动平均线

简单移动平均等于对平均周期内的每个数据同等对待，给它们的权重相同，都是  $1/n$ 。

但是经验告诉我们如果预测未来，近期的数据比更早期的数据更有参考价值，应该对近期的数据给予更高的权重。以 4 期移动平均为例：

$$\hat{y}_t(1) = \frac{1}{4}(y_t + y_{t-1} + y_{t-2} + y_{t-3})$$

最近的 4 个数据的权重都是  $1/4$ 。

一般地，近期的数据参考价值更大，应当赋予更大的权重，所以可以调整各期的权重进行如下计算：

$$\hat{y}_t(1) = 0.4y_t + 0.3y_{t-1} + 0.2y_{t-2} + 0.1y_{t-3}$$

即随着时间的推移，越陈旧的数据，重要性越低。这种对不同时期的数据分别赋予不同权重的方法就是加权移动平均法，一般公式如下：

$$\tilde{y}_t = w_1 y_t + w_2 y_{t-1} + \cdots + w_n y_{t-n+1}$$

但如何确定权重的大小是加权移动平均法的难点。

### 【知识点】指数平滑法

指数平滑法也是一种加权移动平均的方法，充分考虑了时间间隔对数据的影响，给出了设置权重的具体方法，即各期权重随着时间间隔的增大而呈指数衰减。

简单指数平滑法的具体公式如下：

$$\tilde{y}_t = \alpha y_t + \alpha(1-\alpha)y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 y_{t-2} + \cdots$$

其中， $\alpha$  为平滑系数，满足  $0 < \alpha < 1$ 。

因为  $\tilde{y}_{t-1} = \alpha y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)y_{t-2} + \alpha(1-\alpha)^2 y_{t-3} + \cdots$ ，容易整理得到一个简单的递推公式，即  $\tilde{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\tilde{y}_{t-1}$ 。

具体实例：

第一期的平滑值为： $\tilde{y}_1 = \alpha y_1 + (1-\alpha)\tilde{y}_0$ ，通常设  $\tilde{y}_0 = y_1$ ，故  $\tilde{y}_1 = y_1$

第二期的平滑值为： $\tilde{y}_2 = \alpha y_2 + (1-\alpha)\tilde{y}_1 = \alpha y_2 + (1-\alpha)y_1$

第三期的平滑值为： $\tilde{y}_3 = \alpha y_3 + (1-\alpha)\tilde{y}_2 = \alpha y_3 + \alpha(1-\alpha)y_2 + (1-\alpha)^2 y_1$

其他期的平滑值以此类推。



可见任何预测值都是以前所有的实际观测值的加权平均，且权数由近及远分别按几何级数衰减，满足近期权重大，远期权重小的要求，并且利用了时间序列中的全部数据信息，它能克服移动平均法的不足之处。由于权重符合指数规律，又具有平滑数据的作用，故称为指数平滑法。

如果使用指数平滑法进行预测，那么预测值总是等于上一期的平滑值，即：

$$\hat{y}_t(1) = \tilde{y}_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) \tilde{y}_{t-1}$$

平滑系数  $\alpha$  的确定与移动平均法中期数的确定类似。如果  $\alpha \rightarrow 0$ ,  $1 - \alpha$  更接近于 1，权重随着时间的滞后衰减的速度慢，各权重相差不大，也就是说，过去很久的数据仍然对未来有影响，相当于期数  $n$  很长的移动平均法。反之，如果  $\alpha$  越大，对近期的数据赋予更多的权重，相当于移动平均法中选择较小的期数  $n$ 。一般对于变化缓慢的序列，通常取比较小的  $\alpha$ ；相反，对于变化迅速的序列常取比较大的  $\alpha$ 。经验表明， $\alpha$  介于 0.1 和 0.5 之间，修匀效果更好。

【例 7.9】对表 7-5 中的航空乘客人数序列分别进行平滑系数  $\alpha=0.05, 0.15, 0.4$  的指数平滑，如图 7-9 所示，可以看到当  $\alpha$  取值越小，平滑曲线越光滑，而当  $\alpha$  取值越大时，平滑曲线的波动幅度更接近原始序列，更能反映数据近期的变化。

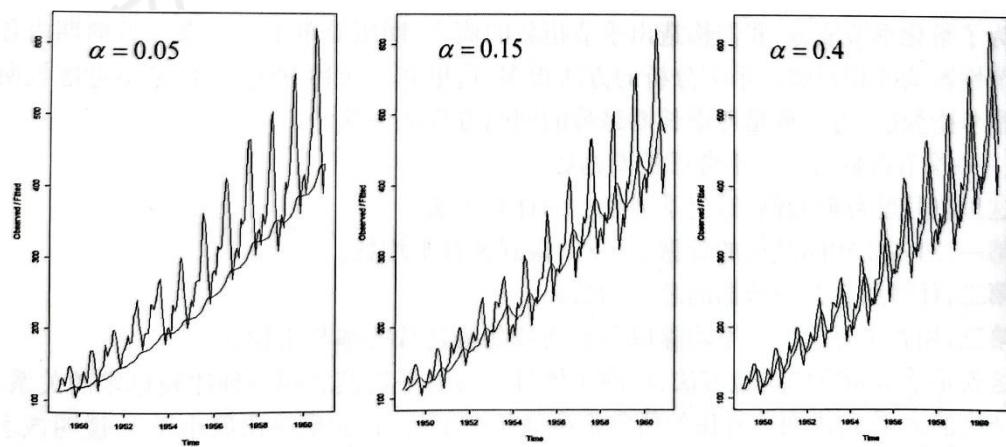


图 7-9 航空乘客人数的指数平滑曲线

1

