

## 第二节 货币时间价值

## 三、年金终值和现值

【例题·单选题】已知  $(P/A, 8\%, 5) = 3.9927$ ,  $(P/A, 8\%, 6) = 4.6229$ ,  $(P/A, 8\%, 7) = 5.2064$ , 则 6 年期、折现率为 8% 的预付年金现值系数是 ( )。

- A. 2.9927
- B. 4.2064
- C. 4.9927
- D. 6.2064

【答案】C

【解析】6 年期、折现率为 8% 的预付年金现值系数  $= [(P/A, 8\%, 6-1) + 1] = 3.9927 + 1 = 4.9927$ , 选项 C 正确。

【例题·单选题】(2019 年) 甲商场进行分期付款销售, 某款手机可在半年内分 6 期付款, 每期期初付款 600 元, 假设年利率为 12%, 如购买时一次性付清, 则付款金额最接近 ( ) 元。

- A. 2912
- B. 3437
- C. 3471
- D. 3512

【答案】D

【解析】每期期初付款, 则本题为预付年金。半年内分 6 期付款, 则每期为一个月, 期利率为  $12\%/12 = 1\%$ , 则付款金额现值  $= 600 \times (P/A, 1\%, 6) \times (1+1\%) = 600 \times 5.7955 \times (1+1\%) = 3512.07$  (元)。

【例题·多选题】下列关于货币时间价值系数关系的表述中, 正确的有 ( )。

- A. 普通年金现值系数  $\times$  投资回收系数  $= 1$
- B. 普通年金终值系数  $\times$  偿债基金系数  $= 1$
- C. 普通年金现值系数  $\times (1 + \text{折现率}) = \text{预付年金现值系数}$
- D. 普通年金终值系数  $\times (1 + \text{折现率}) = \text{预付年金终值系数}$

【答案】ABCD

【解析】本题考点是系数之间的关系。

【例题·单选题】假设银行利率为  $i$ , 从现在开始每年年末存款 1 元,  $n$  年后的本利和为  $[(1+i)^n - 1]/i$  元。如果改为每年年初存款, 存款期数不变,  $n$  年后的本利和应为 ( ) 元。

- A.  $\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i}$
- B.  $\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1$



$$C. \frac{(1+i)^{n-1}-1}{i} + 1$$

$$D. \frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} + 1$$

【答案】B

【解析】预付现金终值系数和普通年金终值系数相比，期数加1，系数减1。

### (三) 递延年金

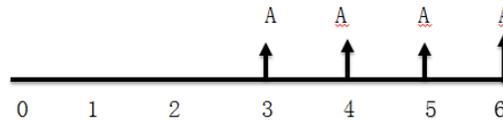
递延年金是指第一次收付发生在第二期或第二期以后的年金。

#### 1. 递延年金终值

递延年金终值只与连续收支期（n）有关，与递延期（m）无关，其计算方法与普通年金终值类似。

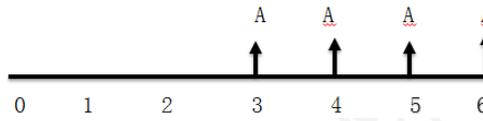
#### 2. 递延年金现值

计算方法一：先求普通年金现值，然后再折现。



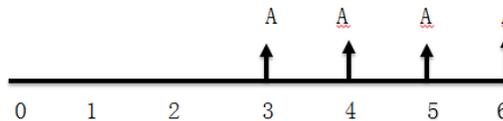
$$P = A \times (P/A, i, n) \times (P/F, i, m)$$

计算方法二：先计算 m+n 期年金现值，再减去 m 期年金现值。



$$P = A \times [ (P/A, i, m+n) - (P/A, i, m) ]$$

计算方法三：先求递延年金终值再折现为现值。



$$P = A \times (F/A, i, n) \times (P/F, i, m+n)$$

### (四) 永续年金

永续年金是指无限期定额收付的年金。

#### 1. 永续年金终值

由于没有终点，也就没有终值。

#### 2. 永续年金现值

$$P = A \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

当  $n \rightarrow \infty$  时， $(1+i)^{-n}$  的极限为 0，因此：

$$P = \frac{A}{i}$$

【例题】某项永久性奖学金，每年计划颁发 10000 元奖金。若年复利率为 4%，该奖学金的本金应为多少？

永续年金现值  $= A/i = 10000/4\% = 250000$ （元）



【小结】

项目	公式	系数符号	系数名称
(1) 复利终值	$F=P(1+i)^n$	(F/P, i, n)	复利终值系数
(2) 复利现值	$P=F(1+i)^{-n}$	(P/F, i, n)	复利现值系数
(3) 普通年金终值	$F=A[(1+i)^n-1]/i$	(F/A, i, n)	普通年金终值系数
(4) 偿债基金	$A=F \times i / [(1+i)^n-1]$	(A/F, i, n)	偿债基金系数
(5) 普通年金现值	$P=A[1-(1+i)^{-n}]/i$	(P/A, i, n)	普通年金现值系数
(6) 投资回收额	$A=P \times i / [1-(1+i)^{-n}]$	(A/P, i, n)	投资回收系数
(7) 预付年金与普通年金的联系	预付年金现值 = (1+i) × 普通年金的现值 预付年金终值 = (1+i) × 普通年金的终值 预付年金现值系数 = (1+i) × 普通年金的现值系数 即：普通年金现值系数期数减 1，系数加 1 <b>【记忆口诀】“现减加”</b> 预付年金终值系数 = (1+i) × 普通年金终值系数 即：普通年金终值系数期数加 1，系数减 1 <b>【记忆口诀】“终加减”</b>		
(8) 递延年金的现值计算	递延年金现值 $=A \times (P/A, i, n) \times (P/F, i, m)$ $=A \times [(P/A, i, m+n) - (P/A, i, m)]$ $=A \times (F/A, i, n) \times (P/F, i, m+n)$ 其中：m：递延期；n：连续收支期		
(9) 互为倒数关系的三组系数	复利终值系数与复利现值系数； 偿债基金系数与普通年金终值系数； 投资回收系数与普通年金现值系数		

四、报价利率、计息期利率和有效年利率

1. 相关概念

报价利率	概念：银行等金融机构为利息报价时提供的年利率，亦称名义利率；由于报价利率的实际计息周期未必是 1 年，因此报价利率必须同时提供每年的复利次数（或计息期的天数）
计息期利率	概念：借款人对每 1 元本金每期支付的利息；可以是年利率、半年利率、季度利率、月利率、日利率
有效年利率	概念：按照给定的计息期利率和每年复利次数计算利息时，能够产生相同结果的每年复利一次的年利率，亦称等价年利率



## 2. 报价利率、有效年利率、计息利率之间的关系

(1) 报价利率和计息利率换算时，要除以或乘以年内复利次数。即：

报价利率=计息利率×每年复利次数

计息利率=报价利率/每年复利次数

(2) 有效年利率和计息利率换算时，要使用开方或乘方的方法。

即：有效年利率=(1+计息利率)<sup>年内复利次数</sup>-1

计息利率= $\sqrt[\text{年内复利次数}]{1+\text{有效年利率}}-1$

(3) 报价利率和有效年利率的换算：

有效年利率= $(1+\text{报价利率}/\text{年内复利次数})^{\text{年内复利次数}}-1$

报价利率=年内复利次数× $(\sqrt[\text{年内复利次数}]{1+\text{有效年利率}}-1)$

【例题·单选题】甲公司平价发行5年期的公司债券，债券票面利率为10%，每半年付息一次，到期一次偿还本金。该债券的有效年利率是（ ）。

- A. 10%
- B. 10.25%
- C. 10.5%
- D. 9.5%

【答案】B

【解析】有效年利率=(1+10%/2)<sup>2</sup>-1=10.25%

【例题·单选题】A债券每半年付息一次，报价利率8%，B债券每季度付息一次，如果想让B债券在经济上与A债券等效，B债券的报价利率应为（ ）。

- A. 8%
- B. 7.92%
- C. 8.16%
- D. 6.78%

【答案】B

【解析】经济上等效即有效年利率相等，A债券的有效年利率=(1+4%)<sup>2</sup>-1=8.16%，则：B债券的报价利率应为： $(1+r/4)^4-1=8.16%$ ，解得：r=7.92%，选项B是答案。

